

Guía de estudio para el Examen de Matemáticas para el ingreso a la Maestría en Mecatrónica

TEMARIO:

1. ÁLGEBRA

- Factorización
- Simplificación de expresiones algebraicas
- Solución de ecuaciones algebraicas, lineales y no lineales, con una incógnita
- Solución de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales
- Números complejos: representación y operaciones.

2. CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

- Concepto y gráfica de funciones
- Concepto y evaluación de límites
- Concepto de continuidad
- Concepto y aplicaciones de derivada
- Propiedades de derivadas
- Regla de la cadena
- Derivadas parciales
- Concepto y aplicación de integral
- Propiedades de la integral
- Técnicas de Integración (exacta, por cambio de variable y por partes)

3. ECUACIONES DIFERENCIALES

- Ecuaciones diferenciales de primer orden
- Ecuaciones diferenciales de orden superior
- Solución de ecuaciones diferenciales lineales por la Transformada de Laplace.

4. ÁLGEBRA LINEAL

- Álgebra de matrices
- Determinantes
- Sistemas de ecuaciones lineales
- Valores y vectores propios

Material recomendado para consulta:

- Zill, D. G., y Dewar, J. M. (2012). Álgebra, trigonometría y geometría analítica. McGraw Hill Educación.
- Purcell, E. J., Rigdon, S. E., y Varberg, D. E. (2007). Cálculo. Pearson Educación.

- Zill, D. G., y Cullen, M. R. (2013). Ecuaciones diferenciales. McGraw-Hill Interamericana.
- Grossman, S. I. (2008). Álgebra lineal. McGraw Hill Educación.

A continuación, se presentan una serie de problemas (ejercicios) a manera de guía de estudio para el examen de admisión sección matemáticas.

EJERCICIOS:

- 1) Encuentre dos números reales cuya suma de cuadrados dé 100 y cuya suma simple dé cero.
- 2) Separe en fracciones parciales la siguiente expresión $F(x) = \frac{x + 3}{(x + 1)(x + 2)}$.
- 3) Determine las raíces del polinomio $p(\lambda) = \lambda^3 + 3\lambda^2 + 4\lambda$.
- 4) ¿Puede un polinomio de segundo grado tener raíces $\lambda = -j$ y $\lambda = 5$?
- 5) Identifique las partes real e imaginaria de la siguiente operación $\frac{4+5j}{1+j}$.
- 6) Resuelva la siguiente ecuación

$$-x_2 - x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 = -1$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 3$$

- 7) Determine el dominio de la función $f(x) = x/(1 - x^2)$.
- 8) Determine si la función $f(x) = x^2 - 5$ es par, impar o ninguna de las anteriores.

9) Grafique la función $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 2 \\ x^2, & 1 < x < 2 \\ 0, & x < -1 \end{cases}$.

- 10) Encuentre la ecuación de la recta que une los puntos (2, 3) y (5, -3).

- 11) La expresión $\log_2 x = 4$ tiene la siguiente ecuación exponencial equivalente.

a) $2^4 = x$

b) $4^2 = x$

c) $2^x = 4$

d) Ninguna anterior

12) Determine $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} \right)$.

13) ¿Es continua la función $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$.

14) Calcule $f'(x)$ para $f(x) = \cos xe^{-3x^2}$.

15) Resuelva la integral $\int \sin^3 x \cos x dx$.

16) Resuelva la integral $\int 0.5x \sin(4x^2) dx$.

17) Calcule $\frac{\partial f}{\partial y}$ para la función $f(x, y) = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{(x+y)^2}$.

18) Determine el valor de m tal que la solución propuesta satisfaga a la ecuación diferencial asociada.

a) $2y'' + 7y' - 4y = 0$; $y = e^{mx}$

b) $xy'' + 2y' = 0$; $y = x^m$

19) Resuelva las siguientes ecuaciones por el método de separación de variables:

a) $\frac{dy}{dx} + 2xy = 0$

b) $\frac{dy}{dt} + 2y = 1$, $y(0) = 5/2$

20) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales lineales utilizando el método del factor de integración:

a) $y + 3x^2y = x^2$

b) $x \frac{dy}{dx} - y = x^2 \sin x$

21) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales por el método de Laplace

a) $\frac{dy}{dt} - y = 1$, $y(0) = 0$

b) $\dot{y} + 6y = e^{4t}$.

c) $y'' - 6y' + 13y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$

22) Determine el valor de k para el cual la EDO sea exacta $(y^3 + kxy^4 - 2x)dx + (3xy^2 + 20x^2y^3)dy = 0$

23) Determine si las siguientes ecuaciones diferenciales lineales son exactas; de serlo respéltelas por dicho método.

- a) $(2x - 1)dx + (3y + 7)dy = 0$
- b) $(5x + 4y)dx + (4x - 8y^3)dy = 0$
- c) $(x^2 - y^2)dx + (x^2 - 2xy)dy = 0$

24) Sean $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & -4 \end{bmatrix}$, verifique que $A + B = B + A$, $(A + B)^T = A^T + B^T$ y $3(A + B) = 3A + 3B$.

25) Determine todos los valores de λ tales que el determinante de $\begin{bmatrix} 2-\lambda & 4 \\ 3 & 3-\lambda \end{bmatrix}$ sea cero.

26) Evalúe por inspección el determinante de $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & -2 \end{bmatrix}$.

27) Calcule el determinante de $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ por medio de la expansión en cofactores.

28) Suponga que $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz descompuesta en dos factores $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$; calcule $\det(A)$.

29) ¿Cuáles de los siguientes conjuntos de vectores son linealmente independientes en \mathbb{R}^3 ?

- a) $[1, 1, 1]^T, [1, 1, 0]^T, [1, 0, 0]^T$; b) $[1, 0, 1]^T, [0, 1, 0]^T$; c) $[1, 2, 4]^T, [2, 1, 3]^T, [4, -1, 1]^T$.

30) Determine el polinomio característico, los valores y vectores propios de $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$.